

OPTIMIZAÇÃO DA FORMA DE UMA PONTE METÁLICA

Alvaro F. M. Azevedo *

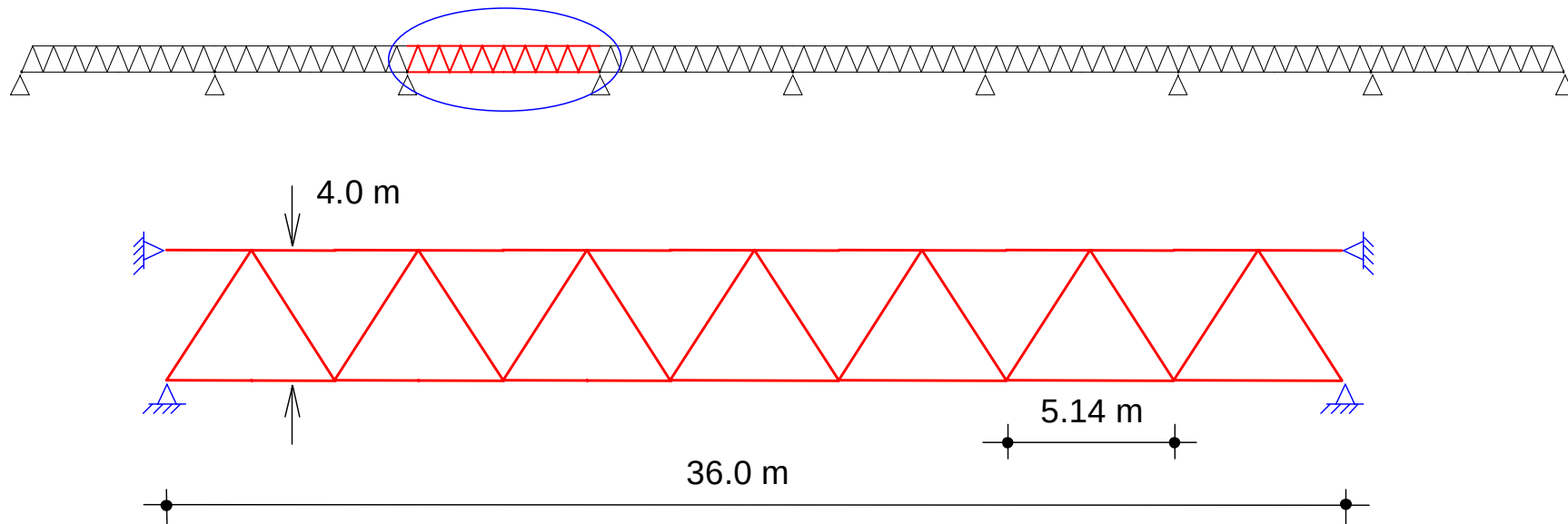
A. Adão da Fonseca */+

Rui Oliveira +

*** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto**
+ AFAssociados - Projectos de Engenharia, SA
Portugal

PROBLEMA

- Minimizar o custo de uma ponte metálica
- Optimização da forma e dimensionamento das secções



COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

- Elástico linear
- Nós fixos na direcção normal ao plano da treliça
- Encurvadura local das barras
- Regulamentação em vigor

MODELO DE OPTIMIZAÇÃO

- Programação não linear
- Aproximação de segunda ordem
- Formulação integrada
- Todas as variáveis do problema estão presentes no programa não linear
- Não é efectuada a clássica análise de sensibilidades

SOFTWARE DE OPTIMIZAÇÃO

- NEWTOP
- Optimização genérica
- Método de Lagrange-Newton
- Manipulação simbólica de todas as funções

PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

Minimize $f(\tilde{x})$

subject to

$$g(\tilde{x}) \leq \tilde{0} \quad \rightarrow \quad g_i(\tilde{x}) + s_i^2 = 0$$

$$h(\tilde{x}) = \tilde{0}$$

- Variáveis / funções  reais e contínuas
- Todas as funções são polinómios generalizados, tais como:

$$f(\tilde{x}) = 5.9x_1^2x_4^{-3} - 3.1x_2 + 2.7x_1^{-1}x_3x_5^2 - 1.8$$

POLINÓMIOS GENERALIZADOS

$$f(\underline{x}) = 5.9x_1^2x_4^{-3} - 3.1x_2 + 2.7x_1^{-1}x_3x_5^2 - 1.8$$

- São simbolicamente manipulados
- São facilmente interpretados e avaliados
- É também simples calcular primeiras e segundas derivadas
- Todas estas operações são realizadas com elevada eficiência

LAGRANGEANO

$$L\left(\underset{\sim}{X}\right) = f\left(\underset{\sim}{x}\right) + \sum_{k=1}^m \lambda_k^g \left[g_k\left(\underset{\sim}{x}\right) + s_k^2 \right] + \sum_{k=1}^p \lambda_k^h h_k\left(\underset{\sim}{x}\right)$$

VARIÁVEIS

$$\underset{\sim}{X} = \left(\underset{\sim}{s}, \underset{\sim}{\lambda}^g, \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{\lambda}^h \right)$$

SOLUÇÃO

- Ponto estacionário do Lagrangeano

SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES

$$\nabla L\left(\begin{matrix} X \\ \sim \end{matrix}\right) = \begin{matrix} 0 \\ \sim \end{matrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} 2s_i \lambda_i^g = 0 & (i = 1, \dots, m) \\ g_i + s_i^2 = 0 & (i = 1, \dots, m) \\ \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^m \lambda_k^g \frac{\partial g_k}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^p \lambda_k^h \frac{\partial h_k}{\partial x_i} = 0 & (i = 1, \dots, n) \\ h_i = 0 & (i = 1, \dots, p) \end{array} \right.$$

- Para que a sua solução seja um ponto KKT é necessário que:

$$\lambda_{\sim}^g \geq 0$$

MÉTODO DE LAGRANGE-NEWTON

- O sistema de equações não lineares

$$\nabla L(\tilde{X}) = 0$$

é resolvido pelo método de Newton

- Em cada iteração, o seguinte sistema de equações lineares tem de ser resolvido

$$H(\tilde{X}^{q-1}) \Delta \tilde{X}^q + \nabla L(\tilde{X}^{q-1}) = 0$$

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES

- Eliminação de Gauss
- Gradientes conjugados

LINE SEARCH

$$\tilde{X}^q = \tilde{X}^{q-1} + \alpha \Delta \tilde{X}^q$$

OPTIMIZAÇÃO DE TRELIÇAS

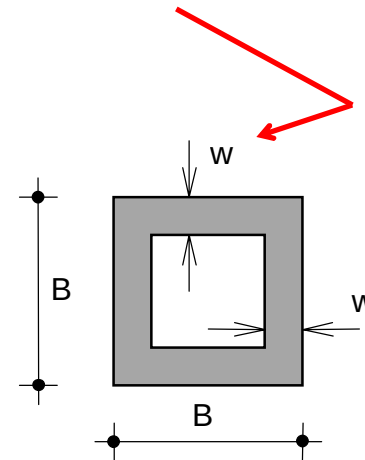
- Minimização do custo (foi substituída pela minimização do volume de material)

- 
- Dimensionamento das áreas das secções transversais
 - Optimização da forma: modificação das coordenadas dos nós

Simultaneamente

VARIÁVEIS

- Formulação integrada
- As variáveis de projecto e as variáveis de comportamento são incluídas no programa matemático
 - ♦ Dimensões da secção transversal (e.g., largura, espessura, área)
 - ♦ Algumas coordenadas de nós
 - ♦ Deslocamentos dos nós



PROGRAMA NÃO LINEAR

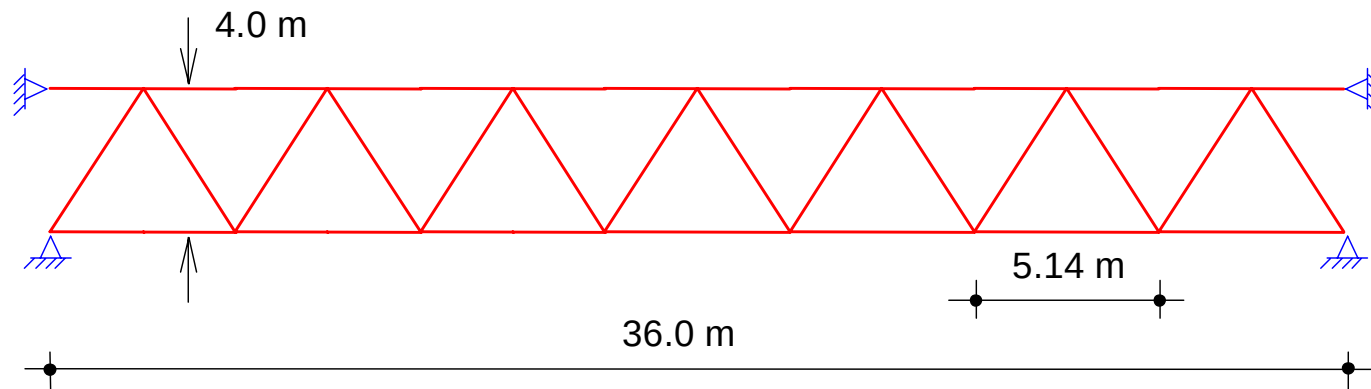
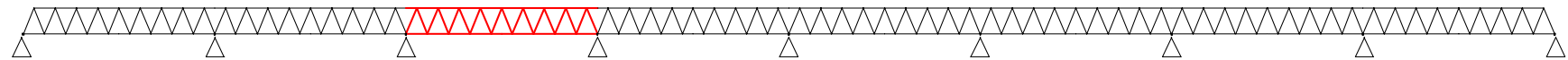
- Função objectivo: custo $\Rightarrow f(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{NB} c_i A_i L_i$
- Restrições igualdade:
 - ♦ Equações de compatibilidade (substituídas)
 - ♦ Relações constitutivas (substituídas)
 - ♦ Equações de equilíbrio (explícitas)

- Restrições desigualdade:

- ♦ Espessura mínima $\Rightarrow w \geq w_{\min}$
- ♦ Tensão admissível (em tracção e em compressão)
- ♦ Encurvadura local de cada barra
- ♦ Posição dos nós limitada $\Rightarrow x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}$

PONTE METÁLICA

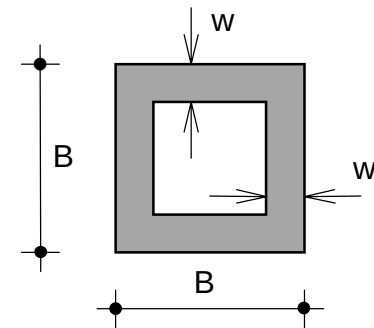
Peso próprio + carga vertical uniformemente distribuída



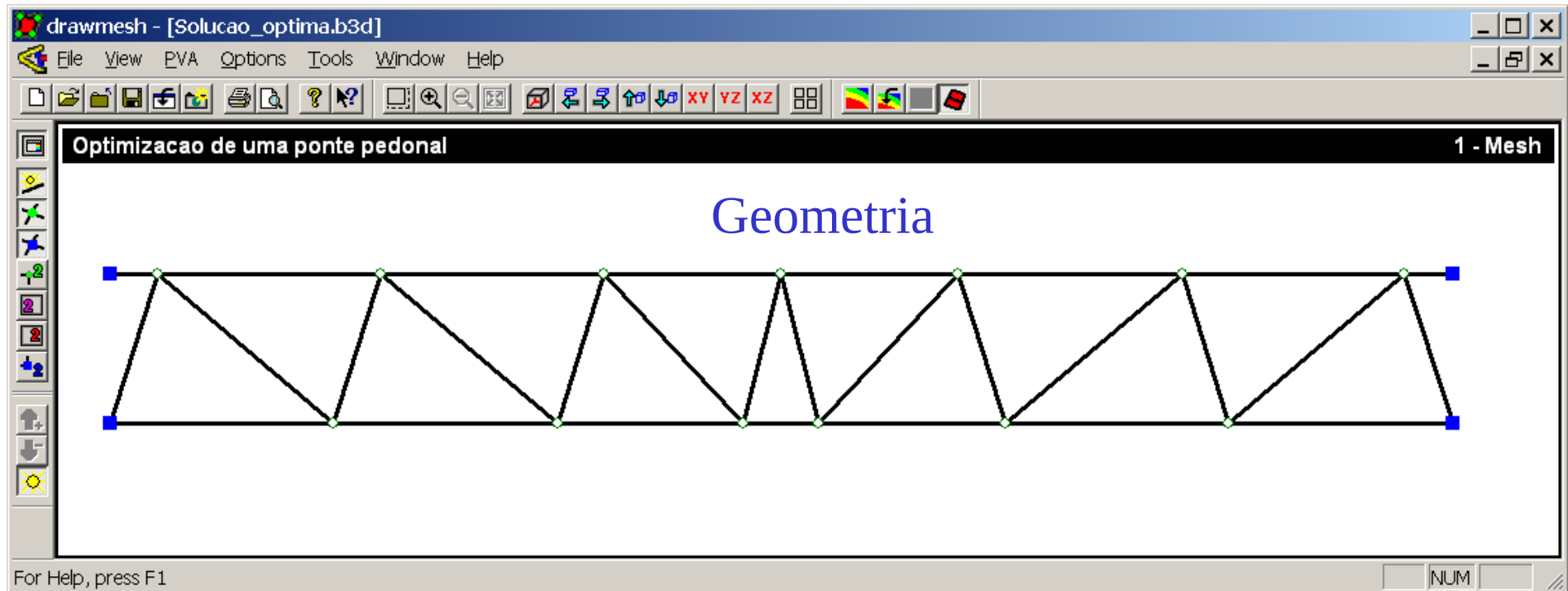
Solução inicial

- Secção constante nas barras do banzo inferior

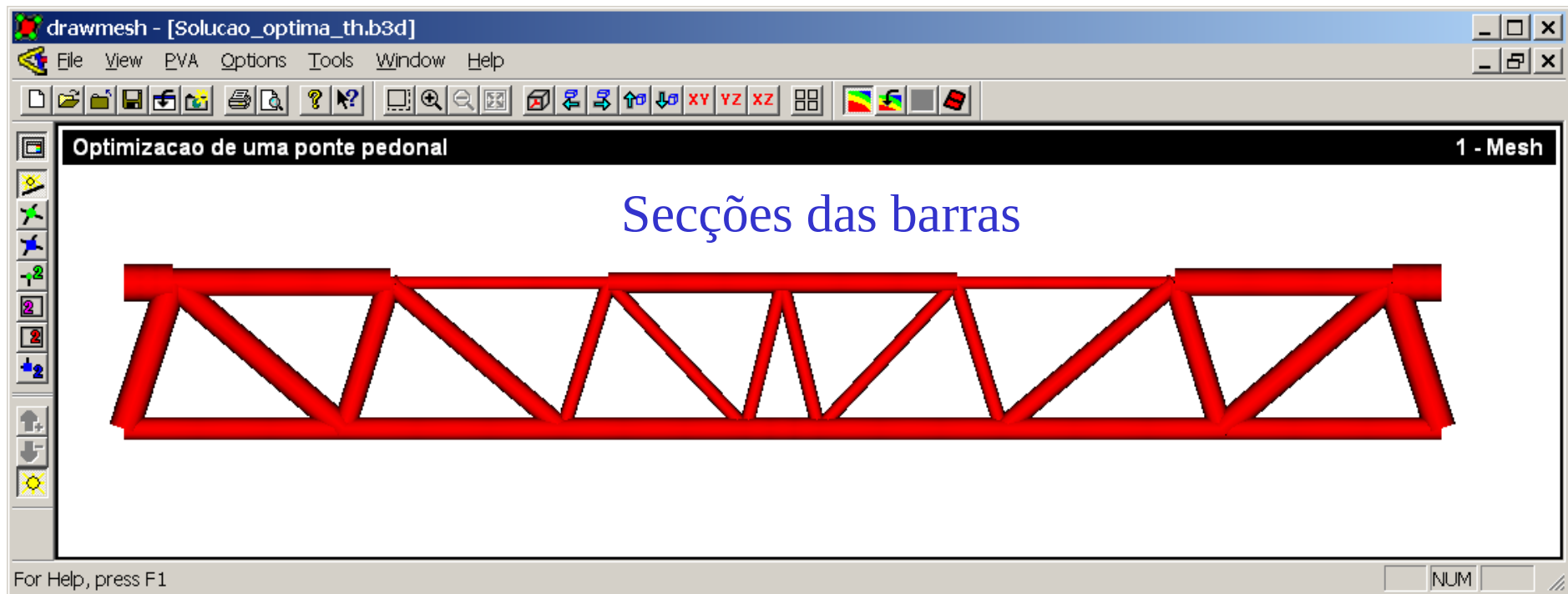
- B fixo
- W variável



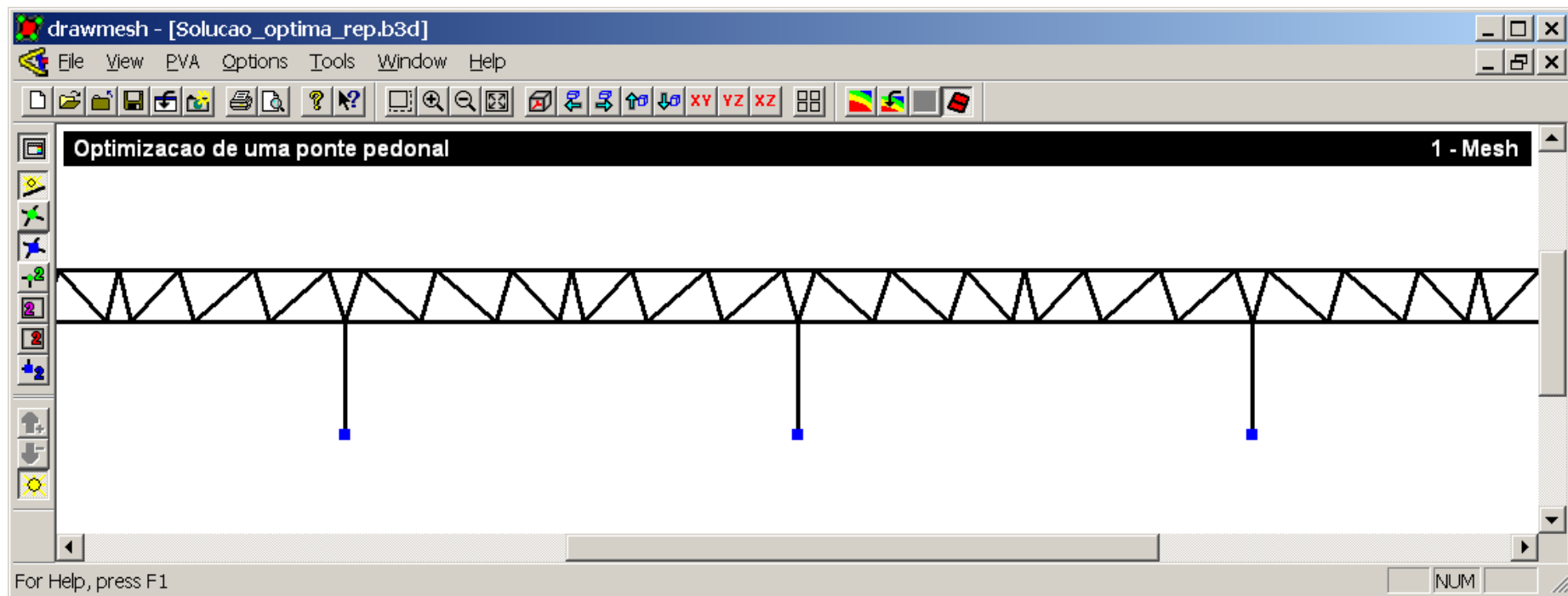
SOLUÇÃO ÓPTIMA



SOLUÇÃO ÓPTIMA



SOLUÇÃO ÓPTIMA

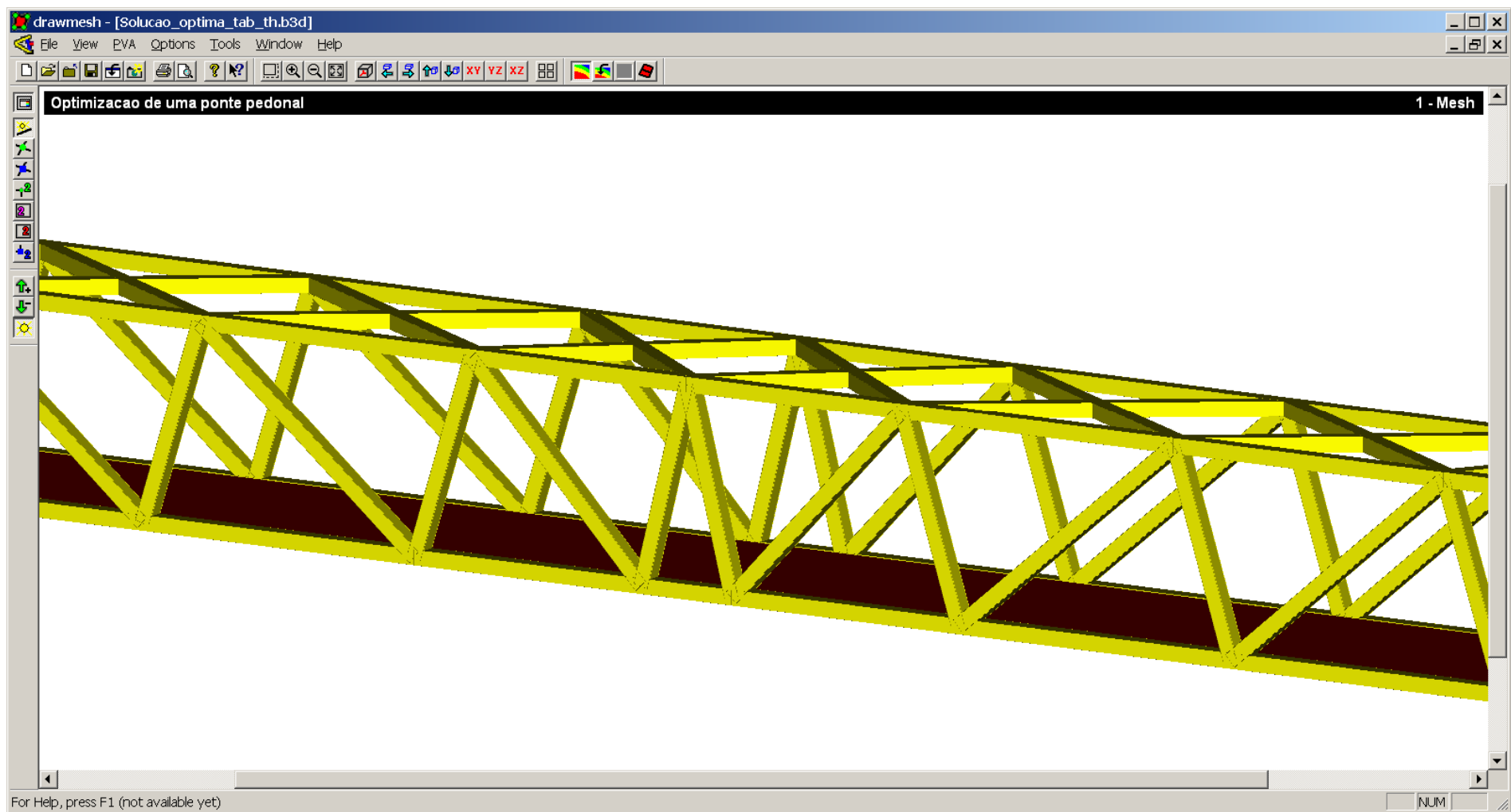


PONTE CONSTRUÍDA











Junho 2002 - Madrid

FEUP / AFAssociados

24

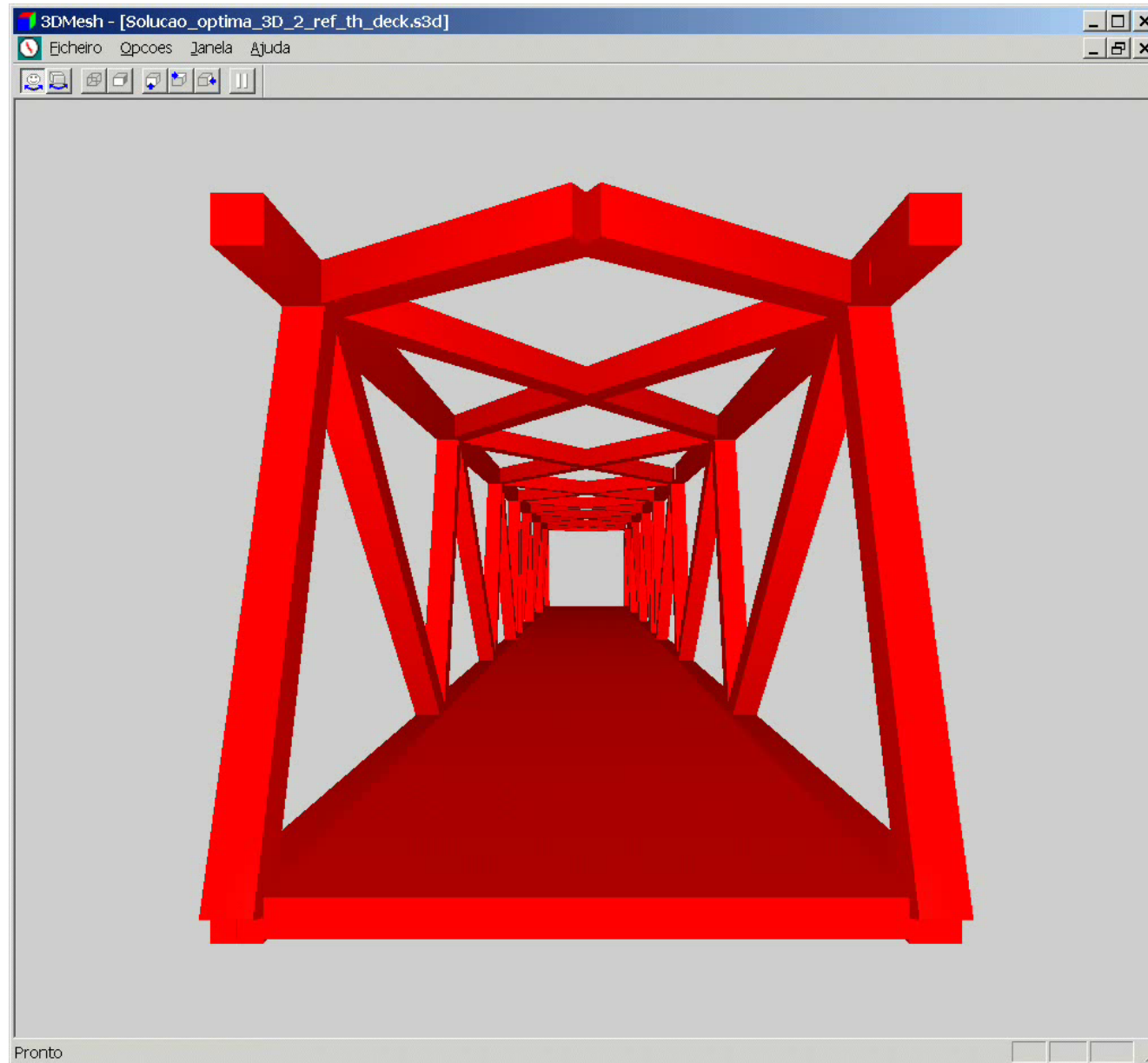


Junho 2002 - Madrid

FEUP / AFAssociados

25

Click on the
image to
play video



CONCLUSÕES



- Significativa economia (10 a 15%)



- Solução agradável em termos estéticos



- A estrutura otimizada é fácil de construir



- Interface do software com o utilizador



- Limitações nas coordenadas dos nós requerem alguma intervenção do utilizador