LR-1

Manual de Betão Armado

LNEC - 1980

Resumo

Alvaro Azevedo

Dezembro 2003

Método das Linhas de Rotura

Hipóteses:

- Deformações plásticas nas linhas de rotura
- Nestas linhas o momento flector é igual ao momento de plastificação
- Laje fica dividida em painéis rígidos separados por charneiras rectilíneas
- Deformações elásticas dos painéis são desprezadas
- Colapso ocorre quando se forma um mecanismo que se deforma sob carga constante

Resolução pelo teorema cinemático.

Se o mecanismo não for o correcto, obtém-se uma carga de colapso superior à real.

Consideram-se ainda:

- Apoios rígidos (bordos encastrados, simplesmente apoiados ou pontuais)
- Rotura das secções por plastificação das armaduras (baixa percentagem de armadura) (grande ductilidade)
- Ausência de rotura por esforço transverso ou por punçoamento → verificar à parte

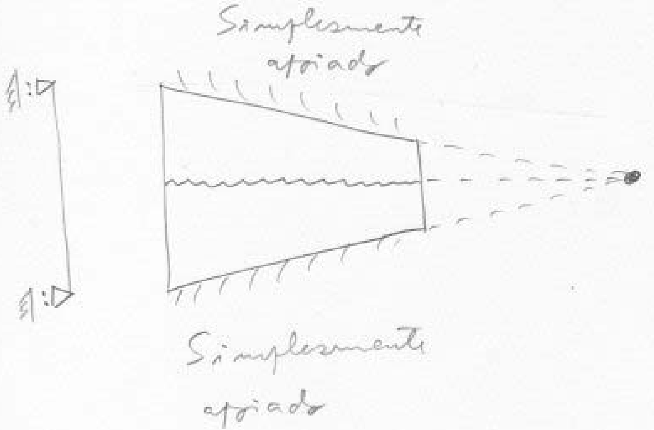
$$m_p = \sum_{i=1}^{n} m_{p_i} \cos^2 \phi_i$$

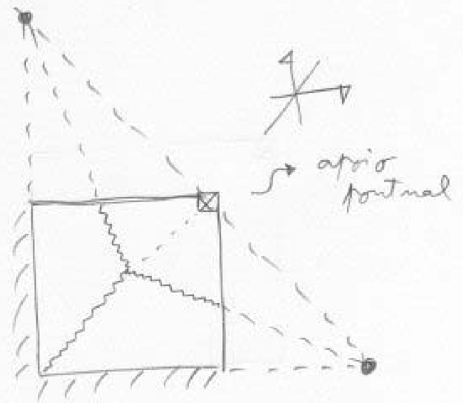
No caso isotrópico: A_s/m

A_s/m m_{p_1}

m_{p_1} → momentos por unidade de comprimento

$m_p = m_{p_1}$
(para qualquer direcção)





LR-3

Geometria do mecanismo pode depender de parâmetros $\nu_1, \nu_2, \dots$

Carga de colapso: $P(\nu_1, \nu_2, \dots)$

Minimizar $P(\nu_1, \nu_2, \dots) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial \nu_1} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial \nu_2} = 0 \\ \vdots \end{cases}$

Cálculo da carga de colapso para um dado mecanismo:

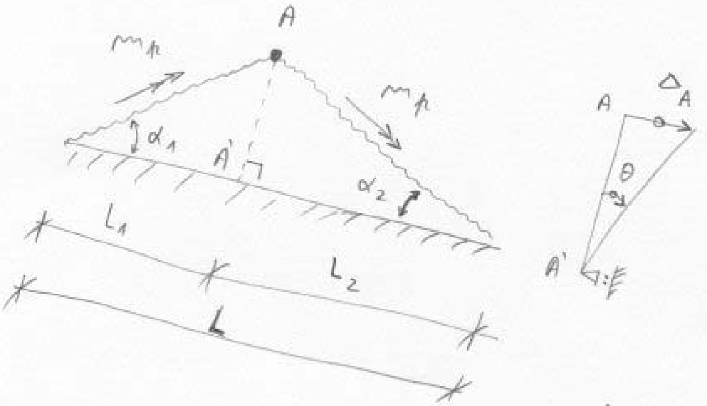
- Teorema dos trabalhos virtuais
- Equações de equilíbrio estático dos diversos painéis (deve-se entrar com as forças nodais)

Forças nodais

} são equivalentes ao esforço transverso e momento torsor distribuídos

Teorema dos trabalhos virtuais

$$\sum \int_S q \, w_3 \, dS + \sum P_i \delta_i = \sum m_{p_i} L_i \theta_i$$



$$\theta = \frac{\Delta_A}{\overline{A A'}}$$

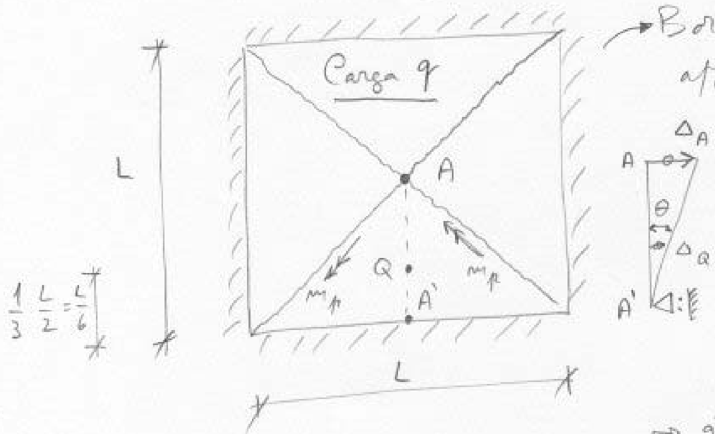
$$\sum m_{p_i} L_i \theta_i = \left(m_p \cos\alpha_1\right) \frac{L_1}{\cos\alpha_1} \theta + \left(m_p \cos\alpha_2\right) \frac{L_2}{\cos\alpha_2} \theta =$$

$$= m_p \left(L_1 + L_2\right) \theta = m_p \, L \, \theta$$

O trabalho realizado nas charneiras plásticas de um painel obtém-se multiplicando m_p pelo somatório das projecções das linhas de rotura sobre o eixo de rotação e o resultado por θ.

Quando uma carga vertical uniformemente distribuída (q) atua sobre um painel plano horizontal e rígido, o trabalho por ela realizado é o produto da sua resultante (Q) pelo deslocamento do ponto de aplicação de Q (Δ_Q)

Exemplo simples estudado pelo TTV



$$\theta = \frac{\Delta_A}{L/2}$$

$$\therefore \quad \theta = \frac{2\,\Delta_A}{L}$$

$$\text{Trabalho externo} = 4\left(q \underbrace{A}_{\text{área de um painel}} \Delta_Q\right)$$

$$A = \frac{1}{2}\,L\,\frac{L}{2} = \frac{L^2}{4}$$

$$\Delta_Q = \frac{L}{6}\,\theta = \frac{L}{6}\,\frac{2\,\Delta_A}{L} = \frac{\Delta_A}{3}$$

$$\text{Trabalho externo} = 4\left(q\,\frac{L^2}{4}\,\frac{\Delta_A}{3}\right) = \frac{q\,L^2\,\Delta_A}{3}$$

$$\text{Trabalho interno} = 4\left(m_p \, L \, \theta\right) =$$

$$= 4\left(m_p \, L \, \frac{2\Delta_A}{L}\right) = 8 \, m_p \, \Delta_A$$

$$\text{Trab. ext.} = \text{Trab. int.} \Leftrightarrow \frac{q L^2 \Delta_A}{3} = 8 \, m_p \, \Delta_A$$

$$m_p = \frac{q L^2}{24} \Leftrightarrow q = \frac{24 \, m_p}{L^2}$$

Estudo por equilíbrio

Neste exemplo, por questões de simetria as forças nodais são nulas.

Equação de equilíbrio de momentos de um dos painéis em relação ao bordo:

$$m_p \cos 45 \frac{L/2}{\cos 45} + m_p \cos 45 \frac{L/2}{\cos 45} = q \, A \, \frac{L}{6}$$

$$m_p \, L = q \, \frac{L^2}{4} \, \frac{L}{6}$$

$$m_p = \frac{q L^2}{24}$$